

ESERCIZI

Esercizio 1 Calcolare il coefficiente di correlazione di Pearson tra due variabili aleatorie continue X e Y a media nulla sapendo che:

$$Y=X+Z; \quad \int_{-\infty}^{\infty} z f_z(z) dz = 0;$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_x(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} z^2 f_z(z) dz = 1; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x z f_{xz}(x, z) dx dz = 0$$

Esercizio 2 Siano X1, X2, X3, e X4, variabili aleatorie normali standardizzate incorrelate tra loro, caratterizzate in precedenti ricerche biomediche.

Definendo:

$$Y= X1+ X2; \quad K=X2 + X3; \quad Z= X3, + X4.$$

Calcolare:

- il coefficiente di correlazione di Pearson tra Y e K;
- il coefficiente di correlazione di Pearson tra Y e Z.

Esercizio 3 La tabella seguente riporta il peso di masse critiche in 4 cavie trattate con agente A, 5 cavie trattate con agente B, e 7 cavie di controllo (nessun trattamento).

Controlli (gr)	Agente A (gr)	Agente B (gr)
52	22	31
30	25	28
27	17	43
42	32	40
25		36
38		
29		

Ipotizzando che tali pesi delle masse siano frutto del campionamento di una variabile aleatoria risultante dalla differenza tra 2 distribuzioni Gaussiane, verificare se le differenze di peso tra i soli trattamenti A e B sono dovute alla casuale variabilità biologica della specie. Infine, indicare cosa cambierebbe nella metodologia scelta per risolvere il punto precedente se tutti e tre i gruppi avessero avuto il medesimo numero di cavie.

Esercizio 4 Su 20 giorni lavorativi il proprietario di una azienda di elettromedicali ha rilevato che il numero medio di apparecchi venduti giornalmente è pari a 120 con varianza pari a 100 seguendo una distribuzione normale.

- Si costruisca un intervallo di confidenza di livello 95% per il numero medio di apparecchi venduti giornalmente.
- L'obiettivo del proprietario è raggiungere un numero medio di apparecchi venduti giornalmente pari a 130. Si verifichi l'ipotesi che tale obiettivo sia stato raggiunto usando un livello di significatività pari a 5%.
- Si determini la probabilità che il numero medio giornaliero di apparecchiature sia maggiore o uguale a 125.

Il proprietario decide di fare pubblicità alla propria azienda. Su 30 giorni lavorativi successivi alla campagna pubblicitaria il proprietario calcola che il numero medio di apparecchi venduti in un giorno lavorativo è pari a 130 con varianza campionaria pari a 121.

- È possibile dire al livello 1% che la pubblicità ha portato ad un aumento del numero medio di apparecchiature vendute giornalmente?

Esercizio 5 La seguente tabella riporta le concentrazioni di glucosio, in 7 soggetti sani (una riga per ogni soggetto), registrate nella stessa giornata. Presa la concentrazione delle ore 8.00 come riferimento, si vuol associare una probabilità all'ipotesi fisiologica che le variazioni di concentrazione di glucosio durante la giornata (ossia contemporaneamente rispetto la misura delle ore 14.00 e delle ore 21.00) rispetto quella di riferimento siano dovute al caso. Ipotizzare la gaussianità della popolazione di riferimento (α 0.01).

Glucosio ore 08.00	Glucosio ore 14.00	Glucosio ore 21.00
87.1	127.1	104.4
112.2	114.4	94.3
110.6	102.3	99.0
118.9	125.8	108.4
96.1	93.6	111.5
124.1	111.3	88.7
101.3	105.2	93.6

Esercizio 6 Il parametro biomedico β è stato rilevato in quattro gruppi di soggetti (un gruppo di controllo, A, e tre gruppi sottoposti a stimolazione):

Gruppo A: {1, 5, 8, 17, 16}

Gruppo B: {2, 16, 5, 7, 4}

Gruppo C: {1, 1, 3, 7, 9}

Gruppo D: {2, 15, 2, 9, 7}

Supponendo la normalità dei dati in esame, valutare se vi è una differenza statisticamente significativa tra almeno due gruppi.

Esercizio 7 Nell'Università di New Orleans sono state pubblicate alcune ricerche mediche sulle conseguenze del fumo ed è stato associato il fumo delle sigarette al cancro polmonare e ad altri effetti negativi. I produttori vogliono valutare gli effetti delle ricerche mediche sul consumo di sigarette da parte di fumatori adulti. Si suppone che le sigarette fumate siano in media 12 al giorno, con deviazione standard di 1.6. Dato un campione casuale di 169 fumatori adulti con media 10.6 sigarette al giorno, quale conclusione si può trarre con $\alpha=0.05$ e in conformità con le ipotesi fatte (ipotesi di gaussianità)?

Esercizio 8 Due campioni di pazienti di ampiezza 70 e 110 sono sottoposti a due trattamenti diversi, i quali producono tempi medi di guarigione rispettivamente di 60 e 57 giorni con deviazioni standard di 192 e 288 ore. Se i tempi di risposta sono distribuiti normalmente, verificare se i due trattamenti hanno pari efficacia con un errore non superiore al 2%.

Esercizio 9 Si supponga che la media e la deviazione standard del colesterolo in individui sani tra i 18 e i 25 anni valgano, rispettivamente, 150 e 25. Calcolare la probabilità che la media dei valori rilevati indipendentemente su 100 individui estratti a caso sia compresa tra 149 e 151 considerando la popolazione di riferimento avente distribuzione normale. Ricalcolare la medesima probabilità supponendo che siano state estratte 1000 e 10000 persone.

Esercizio 10 Verificare l'omogeneità dei due seguenti campioni:

Campione	A	B
Dimensione (N)	9	11
Media	4.443	3.714
Varianza	0.06	0.14

Esercizio 11 Il peso (in grammi) di una barretta di cioccolato prodotta da un'azienda si può essere distribuito secondo la legge normale con valore atteso μ non noto e varianza non nota. Si estrae dalla produzione un campione di 9 barrette e si rileva che

$$\sum_{i=1}^9 x_i = 175.5 \quad \sum_{i=1}^9 x_i^2 = 4222.25$$

Si scriva la forma analitica e si determini il valore dell'intervallo di confidenza per media e varianza al livello $(1 - \alpha) = 0.99$.

Esercizio 12 Sapendo che l'errore che si commette nel calcolo del coefficiente di correlazione di Pearson tra campioni di due particolari popolazioni è pari a

$S_r = 0.15$, trovare l'intervallo di confidenza, al 99% di significatività, a cui deve appartenere il coefficiente di correlazione calcolato su due campioni di numerosità 43 per considerarli appartenenti alle suddette popolazioni.

Esercizio 13 Si supponga che in una certa unità sanitaria locale il tempo medio necessario per ottenere un referto riferito alla cardiologia sia di 2 giorni con una deviazione standard di 1, mentre per ottenere un referto riferito alla ematologia sia di 20 ore con una deviazione standard di 2 giorni.

Considerando un campione di 70 referti cardiologici e 225 referti ematologici effettuati nella stessa USL, calcolare la probabilità che i referti cardiologici siano pronti entro 24 ore dopo rispetto a quelli ematologici.

Esercizio 14 Verificare l'omogeneità dei due seguenti campioni, con una significatività del 1%.

Campione	α	β
Dimensione (N)	18	13
Media	23.31	31.59
Varianza	8.15	31.24