

Biostatistica – 16 Luglio 2019

Nome:

Cognome:

Matricola:

Esercizio 1

a) Descrivere il codominio di una generica funzione densità di probabilità.

b) In un laboratorio di analisi si valuta il numero di test per l'HIV che vengono effettuati al giorno. Si calcola che la probabilità che ne vengano somministrati 6 sia pari a $p_6 = 0.1606$. Stranamente è risultato che la probabilità che ne vengano somministrati 5 al giorno sia esattamente uguale, ovvero $p_5 = p_6 = 0.1606$.

- Qual è la probabilità che vengano somministrati meno di 5 al giorno?
- Qual è la probabilità che ne vengano somministrati 7 in un giorno?

(5 punti)

Esercizio 2

I dati presentati nella tabella seguente derivano da uno studio sull'attribuzione dei codici nei Pronto Soccorso di 3 diversi ospedali toscani in una data settimana. Si vuol valutare qualora vi siano delle differenze significative in tali attribuzioni relativamente alle tre città, ovvero se in qualcuno di questi ospedali sia più propenso ad assegnare codici più gravi/lievi. In caso di eventuali differenze riscontrate si vuole sapere quali luoghi siano effettivamente diversi dagli altri. Si noti che la variabile aleatoria numero di ricoveri in pronto soccorso negli ospedali Italiani è distribuita come una F di Fisher a (3,5) g.d.l.

	C. Bianco	C. Verde	C. Giallo	C. Arancione	C. Rosso	Totale
Pisa	185	133	140	49	21	528
Firenze	350	243	231	99	44	967
Livorno	186	122	131	87	40	566
Totale	721	498	502	235	105	2061

(9 punti)

Esercizio 3

Calcolare i parametri a , b e c tali da permettere alla seguente funzione continua $f(x)$ di essere una funzione densità di probabilità.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \forall x \in (-\infty, 0) \cup [3, \infty) \\ x^2 & \forall x \in [0, 1] \\ x^2 + a + bx & \forall x \in [1, 2] \\ c(x-3)^2 & \forall x \in [2, 3] \end{cases}$$

(4 punti)

Esercizio 4

$$\Psi = [6 \ 7 \ 9 \ 7 \ 7 \ 10 \ 14 \ 8 \ 5 \ 10]$$

$$\Xi = [15 \ 18 \ 21 \ 17 \ 4 \ 12 \ 9 \ 11 \ 8 \ 6]$$

Considerando i campioni Ψ e Ξ , realizzazioni di variabili aleatorie associate a parametri fisiologici, ipotizzandoli statisticamente indipendenti, si può affermare che il campione Ξ sia significativamente maggiore di Ψ in termini di tendenza centrale?

Si risponda alla domanda per i casi in cui fosse stato dimostrato che le due variabili siano appartenenti alle seguenti distribuzioni:

- Normale;
- Gamma;
- $f(x) = \frac{1}{s} \left(\sqrt{(2\pi)^s * e^{\frac{(x-m)^2}{s}}} \right)^{-1}$
- Somma di 3 t-Student a 3 g.d.l.

(8 punti)

Esercizio 5

Data una variabile aleatoria appartenente ad una distribuzione Normale con media pari a 15. Qual è la probabilità che tale variabile sia maggiore o uguale a 41?

(3 punti)

Esercizio 6

Date tre variabili aleatorie X_1, X_2, X_3 , tutte a media e varianza unitaria, si definiscano due nuove variabili:

$$y_1 = -2x_1 - 1.7x_3 \quad e \quad y_2 = 0.1x_1 + 0.5x_2 + 2x_3$$

Si calcoli il coefficiente di correlazione tra Y_1 e Y_2 , sapendo che:

$$\text{cov}(x_1, x_2) = 0 \quad \text{Cov}(x_1, x_3) = 0.1 \quad \text{cov}(x_2, x_3) = -0.4$$

(4 punti)

Alcuni chiarimenti per la presentazione dell'elaborato:

- Sarà corretto solo quanto è riportato a penna. Di questa, è ammesso un solo colore: nero o blu.
- Non sono ammessi evidenziatori o strumenti per la cancellazione di quanto scritto (es. bianchetto). Ciò non esclude la possibilità di cancellare del testo che si ritiene errato mediante una linea sul testo stesso. Quando evidenziato o su bianchetto non sarà corretto.
- La lingua ufficiale di questo esame è l'Italiano. Per questo, non saranno considerate risposte date in altre lingue (es. Inglese), malgrado queste possano essere corrette.
- Il riferimento al numero di ogni esercizio deve essere chiaramente indicato prima dello svolgimento di quest'ultimo per essere considerato valido.
- Gli esercizi presentati senza svolgimento o formule o esaustive giustificazioni verranno considerati con punteggio nullo anche se è presente il risultato corretto.
- Le tabelle e l'eventuale formulario utilizzati per lo svolgimento dell'esame devono essere consegnati insieme alla traccia e allo svolgimento dello stesso.