

Esercizio no 1.

Potete il sistema polmonare con la borbotta è un sistema chiuso so che

$$P_0 V_0 = P_1 V_1$$

P_0 = pressione ossigeno in condizioni fisiologiche

V_0 = volume ossigeno in condizioni fisiologiche

P_1 = pressione ossigeno borbotta

V_1 = volume espirato di ossigeno nelle borbote.

$$P_0 = 0.2 \cdot 1 \text{ atm} = 0.2 \text{ atm}$$

$$V_0 = 500 \text{ ml}$$

$$P_1 = 0.35 \cdot 100 \text{ atm} = 35 \text{ atm}$$

$$V_1 = \frac{0.2}{35} \cdot 500 = 2.86 \text{ ml di ossigeno}$$

$$V_2 = \frac{0.2 \cdot 500}{65} = 1.54 \text{ ml di ossigeno}$$

INSPIRATORIO
BORBOTE

$$P_{O_2} = 0.35 \left(1 - \frac{47}{760} \right) \text{ atm}$$

$$P_{N_2} = 0.65 \left(1 - \frac{47}{760} \right) \text{ atm}$$

$$P_{H_2O} = \frac{47}{760} \text{ atm}$$

TRACHEA

$$P_{O_2} = 0.35 \left(1 - \frac{47}{760} \right) \cdot \frac{450}{500}$$

$$P_{N_2} = 0.65 \left(1 - \frac{47}{760} \right) \cdot \frac{350}{500}$$

$$P_{H_2O} = \frac{47}{760} \text{ atm} \cdot \frac{450}{500}$$

ALVEOLI

$$P_{O_2} = 0.35 \left(1 - \frac{47}{760} \right) \cdot \frac{350}{500}$$

$$P_{N_2} = 0.65 \left(1 - \frac{47}{760} \right) \cdot \frac{350}{500}$$

$$P_{H_2O} = \frac{47}{760} \text{ atm}$$

Espirato

Alveolo

$$P_{O_2} = 0.35 \left(1 - \frac{47}{760} - \frac{6}{760} \right) \text{ atm} \cdot \frac{350}{500}$$

$$P_{N_2} = 0.65 \left(1 - \frac{47}{760} - \frac{6}{760} \right) \text{ atm} \cdot \frac{350}{500}$$

$$P_{H_2O} = \frac{47}{760} \text{ atm} \cdot \frac{350}{500}$$

$$P_{CO_2} = \frac{6}{760} \text{ atm} \cdot \frac{350}{500}$$

Bocca

$$P_{O_2} = 0.35 \left(1 - \frac{47}{760} - \frac{6}{760} \right) \text{ atm}$$

$$P_{N_2} = 0.65 \left(1 - \frac{47}{760} - \frac{6}{760} \right) \text{ atm}$$

$$P_{H_2O} = \frac{47}{760} \text{ atm}$$

$$P_{CO_2} = \frac{6}{760} \text{ atm}$$

1) In condizioni fisiologiche ho $f=12$ respiri e V_{O_2} incrementa

$$V_{O_2} = 42.500 \cdot 0.2 = 1700 \text{ ml. con una } P_{O_2} = 0.2 \text{ atm.}$$

Nel caso delle bombole si ha che per ogni respiro

$$P_{O_2} = 35 \text{ atm} \quad V_{O_2} = 0.35 \cdot 500 = 175 \text{ ml.}$$

Poiché il sistema è chiuso l'aria che P_{O_2} , V_{O_2} per bombola ed in condizioni fisiologiche non esiste

TRACHEA

$$P_{O_2} = 0.35 \left(1 - \frac{47}{760} - \frac{6}{760} \right) \cdot \frac{150}{500} \text{ atm}$$

$$P_{N_2} = 0.35 \left(1 - \frac{47}{760} - \frac{6}{760} \right) \cdot \frac{150}{500} \text{ atm}$$

$$P_{H_2O} = \frac{47}{760} \cdot \frac{150}{500} \text{ atm}$$

$$P_{CO_2} = \frac{6}{760} \cdot \frac{150}{500} \text{ atm}$$

$$V_{\text{O}_2} = 0.2 \cdot 1200 = 240 \text{ l}$$

Cond. Resolus in un minuto.

$$PV = 1200 \cdot 0.2 = 240$$

cond. bombale

$$PV = 3.5 \cdot 175 = 612.5 \text{ ml}$$

Cio vuol dire che poiché il limite massimo di volume inspirato è di 6 l.

la frequenza respiratoria del sub è pari a 1 respiro al minuto.

$$\text{Poiché } V_{\text{bombale}} = 20 \text{ l} \quad V_{\text{O}_2} = 0.35 \cdot 20 = 7 \text{ l}$$

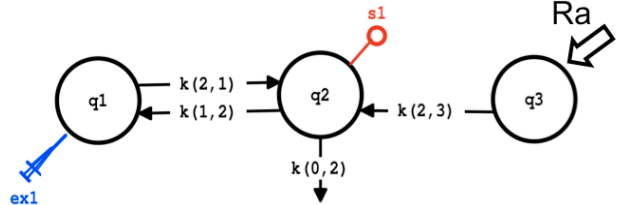
ed ogni respiro consuma 286 ml di ossigeno

$$t = \frac{7000}{286} \approx 2448 \text{ mn} \approx 4 \text{ h}$$

Esercizio 2

Equazioni del tracciante:

$$\begin{cases} \frac{dq_1}{dt} = -k_{21}q_1 + k_{12}q_2 + ex_1 \\ \frac{dq_2}{dt} = +k_{21}q_1 - (k_{12} + k_{02})q_2 + k_{23}q_3 \\ \frac{dq_3}{dt} = -k_{23}q_3 \\ y(t) = \frac{q_2}{V_2} \end{cases}$$



dove q_i sono funzioni del tempo con condizioni iniziali nulle, $q_i(t=0) = 0$.

Queste equazioni possono essere nella matriciale come:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

$$\text{con } A = \begin{pmatrix} -k_{21} & k_{12} & 0 \\ k_{21} & -(k_{12} + k_{02}) & k_{23} \\ 0 & 0 & -k_{23} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{V_2} & 0 \end{pmatrix}.$$

La funzione di trasferimento del sistema nel dominio di Laplace è:

$$H(s) = C(s \cdot I - A)^{-1} B = \frac{k_{21}/V_2}{s^2 + (k_{02} + k_{12} + k_{21})s + k_{02}k_{21}} = \frac{\beta_1}{s^2 + \alpha_2 s + \alpha_1}$$

Si costruisce la matrice della funzione di trasferimento come

$$G = \begin{pmatrix} \frac{\partial \beta_1}{\partial k_{21}} & \frac{\partial \beta_1}{\partial k_{12}} & \frac{\partial \beta_1}{\partial k_{02}} & \frac{\partial \beta_1}{\partial k_{23}} & \frac{\partial \beta_1}{\partial V_2} \\ \frac{\partial \alpha_1}{\partial k_{21}} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial k_{12}} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial k_{02}} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial k_{23}} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial V_2} \\ \frac{\partial \alpha_2}{\partial k_{21}} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial k_{12}} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial k_{02}} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial k_{23}} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial V_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{V_2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_{21}}{V_2^2} \\ k_{02} & 0 & k_{21} & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Il rango della matrice G è 3, il numero dei parametri è 5, per tanto il sistema non è identificabile. A tale conclusione si poteva giungere anche ricordando le condizioni necessarie per l'identificabilità: il sistema deve essere "input-" e "output-connectable", ossia ogni compartimento è raggiungibile da almeno un input e è collegato ad almeno un output. Il compartimento 3 è chiaramente non raggiungibile da alcun input.

$$G(135) = G(120) - 0.125 \cdot G(120) = 122,5 \text{ mg/dl}$$

$$G(150) = G(135) - 0.16 \cdot G(135) = 102,16 \text{ mg/dl}$$

$$G(165) = \text{base}$$

$$I(0) = I_b + \Delta I = 2 + 2 = 4 \text{ ugr/dl} = I(120)$$

$$I(15) = I(0) - 1/4 (I(0)) = 3 \text{ ugr/dl} = I(135)$$

$$I(30) = I(15) - 1/4 I(0) = 2.25 \text{ ugr/dl} = I(150)$$

$$I(45) = I(30) - 1/4 I(30) = 1,68 \rightarrow \text{BASE} = I(165)$$

HO DATO
GIUSTO ANCHE
A CHI MI HA
MESSO
 $I(0) = I_b + 2 \Delta I$
 $= 6 \text{ ugr/dl}$

Solo PANCREAS

$$G(0) = 2100 \text{ mg/dl}$$

$$I(0) = I_b + \Delta I = 4 \text{ ugr/dl}$$

$$G(15) = 2100 - 0.125 \cdot G(0) = 1837,5 \text{ mg/dl} \quad I(15) = 4 - 1/4 \cdot 4 = 3 \text{ ugr/dl}$$

$$G(30) = G(15) - 0.16 \cdot G(15) = 1532,47 \text{ mg/dl} \quad I(30) = 3 - 1/4 \cdot 3 = 2.25 \text{ ugr/dl}$$

$$G(45) = G(30) - 0.25 \cdot G(30) = 1149,35 \text{ mg/dl} \quad I(45) = \text{base}$$

$$G(60) = G(45) - 0.25 \cdot G(45) = 862,01 \text{ mg/dl}$$

$$G(75) = G(60) - 0.25 \cdot G(60) = 646,50 \text{ mg/dl}$$

$$G(90) = G(75) - 0.25 \cdot G(75) = 484,87 \text{ mg/dl}$$

$$G(105) = G(90) - 0.25 \cdot G(90) = 363,20 \text{ mg/dl}$$

$$G(120) = 363,20 + \Delta G_{\text{BASE}} = 403,20 \text{ mg/dl} \quad I(120) = I_{\text{base}} + 2 \Delta I = 6 \text{ ugr/dl}$$

$$G(135) = G(120) - 0.125 \cdot G(120)$$

HO DATO GIUSTO ANCHE
A CHI HA MESSO IL 25%

fini A BASE

fini A BASEE Concorrenza

ESERCIZIO 4

• ore 14:00 \rightarrow 200 gr PASTA \rightarrow 100 gr di zuccheri $\rightarrow \frac{100 \cdot 10^3 \text{ mg}}{50 \text{ dl}} = 2000 \frac{\text{mg}}{\text{dl}}$

• ore 16:00 \rightarrow caffè \rightarrow 2 gr di zuccheri $\rightarrow 40 \frac{\text{mg}}{\text{dl}}$

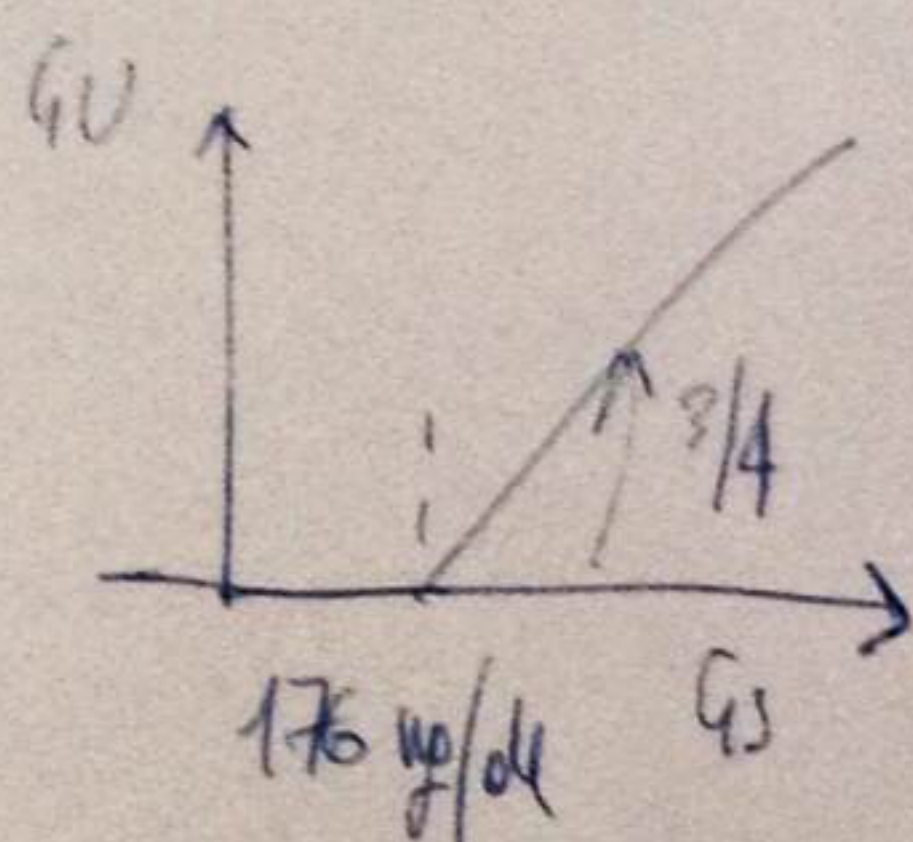
$G_{\text{BASALE}} = 100 \frac{\text{mg}}{\text{dl}}$

$I_{\text{basale}} = 2 \frac{\text{mg}}{\text{dl}}$

RENE + PANCREAS

h 14:00 $\rightarrow t = 0 \text{ min}$ h 16:00 $\rightarrow t = 120 \text{ min}$

$G(0) = G_{\text{BASALE}} + \Delta C_{\text{PASTA}} = 2100 \frac{\text{mg}}{\text{dl}}$



poiché la soglia del rene

è 176 $\frac{\text{mg}}{\text{dl}}$ (va bene anche 220 $\frac{\text{mg}}{\text{dl}}$)

ANCORA ENTRANO IN AZIONE ENTRAMBI.

$G(15) = G(0) - 0.125 G(0) - \frac{3}{4} (G(0) - 220) =$
 $= 2100 - 262,5 - 0.75 (2100 - 220) = 427,5 \frac{\text{mg}}{\text{dl}}$ ancora maggiore del dolce

$G(30) = G(15) - 0.16 \cdot G(30) - \frac{3}{4} (G(15) - 220) =$
 $= 427,5 - 68,4 - 155,62 = 203,37 \frac{\text{mg}}{\text{dl}}$ da qui in poi AGISCE SOLO IL PANCREAS

$G(45) = G(30) - 0.25 G(30) = 152,52 \frac{\text{mg}}{\text{dl}}$

$G(60) = G(45) - 0.25 G(45) = 114,38 \frac{\text{mg}}{\text{dl}}$

$G(75) = \text{BASALE}$

$G(120) = G_{\text{basale}} + \Delta C_{\text{caffè}} = 140 \frac{\text{mg}}{\text{dl}} \rightarrow \text{NON AGISCE IL RENE!}$

$$A = 0.49 \cdot \frac{200 \text{ cm}^2}{\cancel{\text{m}^2} \cdot 0.07 \cancel{\text{cm}}} = 929,41 \text{ cm}^2 \approx 0.92 \text{ m}^2$$

2° METODO

IL TRASPORTO DI MASSA È LOW PER DIFFUSIONE:

$$N = k \cdot A \cdot \overline{\nabla C}$$

$$= k \cdot A \cdot \frac{\Delta C}{\Delta x} = kA \cdot \frac{C_1 - C_2}{x_1 - x_2}$$

$$k = 0.017 \text{ cm/m}^2$$

$\overline{\nabla C}$ = GRADIENTE MEDIO DI CONCENTRAZIONE

3 GIÀ TROVATO AL PUNTO 2 (1° METODO) - ATTUIMENTI UNA VOLTA TROVATA L'AREA:

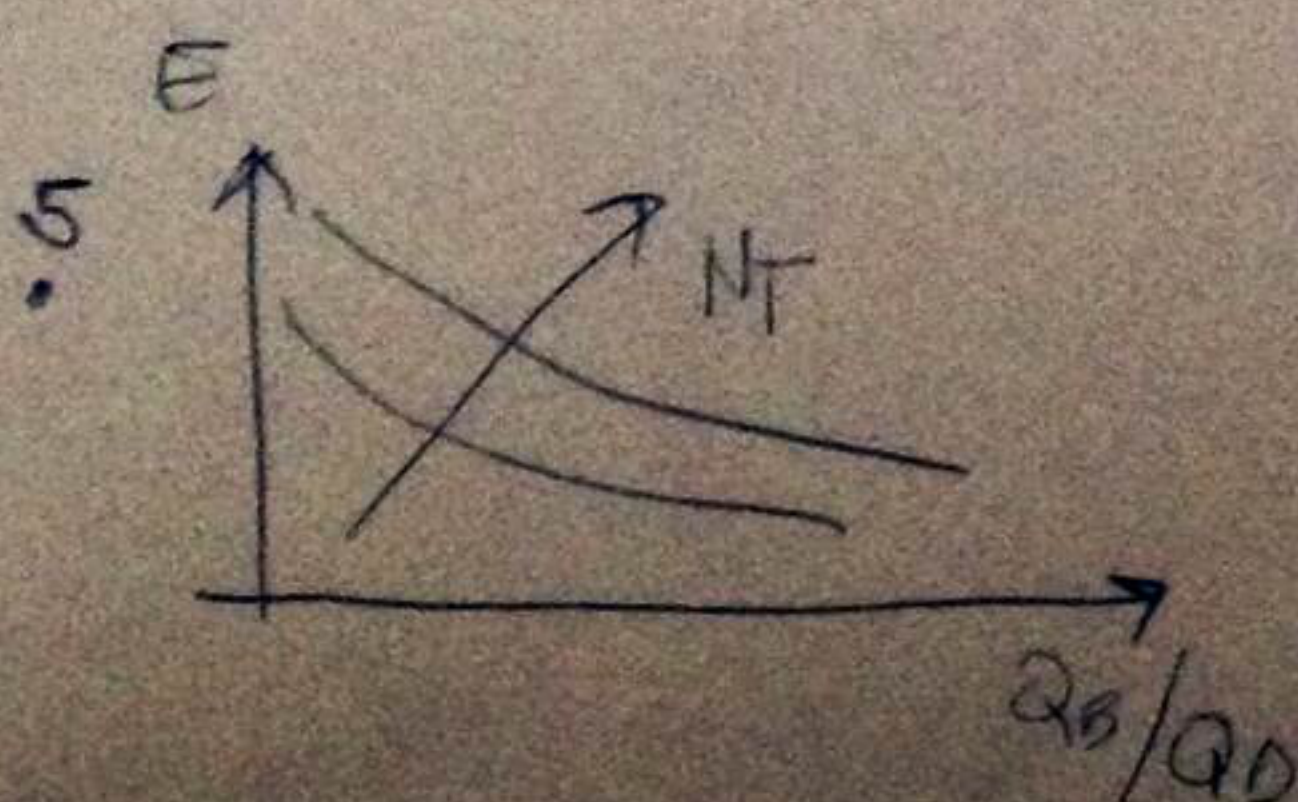
$$E = 1 - e^{-N_T}$$

4 • $C_B = C_A e^{-KA/Q_B}$ → UTILIZZO QUESTA PERCHÉ DUE ADDETTARE 1 CICLO!
→ ADDETTARE TUTTO!

MA POTREVO AVERE LA STUTURA LO SCHEMA E UTILIZZANDO E.

$$C_B \approx 0.02 \text{ gr/me}$$

(HO CONSIDERATO "GIUSTO" ANCHE CHI HA VAUTATO C_B DI 1KG)



$$N_T = KA/Q_B \rightarrow \text{DEVE ESSERE AUMENTATO } N_T$$

○ AUMENTO A

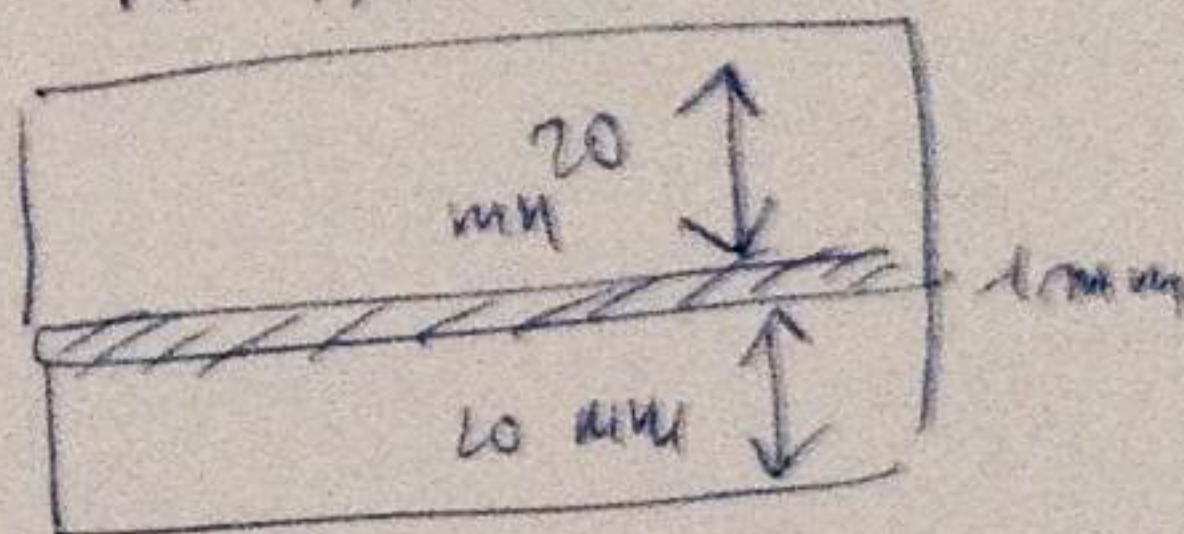
○ AUMENTO K

ESERCIZIO 3

$$\left. \begin{aligned} R_B &= 25 \text{ mm/cm} \\ R_M &= 16 \text{ mm/cm} \\ R_D &= 18 \text{ mm/cm} \end{aligned} \right\}$$

$$R_{TOT} = 59 \text{ mm/cm}$$

$$K = 1/R_{TOT} = 0.017 \text{ cm/min}$$



$$Q_B = 200 \text{ ml/min}$$

$$Q_D \gg Q_B$$

$$\text{MEMBRANA} = 1 \text{ mm}$$

$$C_{Bi} = 0.05 \text{ gr/ml} \rightarrow \text{concentrazione iniziale UREA}$$

$$\text{CLEARANCE} = 110 \text{ ml/min} = C$$

SOLUZIONE

1.

$$C = \frac{Q_B (C_{Bi} - C_{Bo})}{C_{Bi}} = \frac{N}{C_{Bi}}$$

N = rapporto di massa per il soluto considerato

$$N = C C_{Bi} = 110 \frac{\text{ml}}{\text{min}} \cdot \frac{0.05 \text{ gr}}{\text{ml}} = 5.5 \text{ gr/min} = 0.091 \text{ gr/sec}$$

2. 1° METODO

$$C = D \text{ IN QUANTO } C_{Di} = \emptyset$$

$$D = E \cdot Q_B = C \rightarrow E = C/Q_B = 0.55 \rightarrow \text{ACCETTABILE}$$

$$E = \frac{C_{Di} - C_{Bo}}{C_{Di} - C_{Bi}} = \frac{C_{Di} - C_{Bo}}{C_{Di}} = 1 - \frac{C_{Bo}}{C_{Di}}$$

$$\frac{C_{Bo}}{C_{Di}} = 1 - E = e^{-N} = e^{-KA/Q_B}$$

$$\ln(0.45) = -KA/Q_B$$

$$A = -\ln(0.45) \cdot \frac{Q_B}{K} = 0.79 \cdot \frac{200 \text{ ml}}{\text{min}} \cdot \frac{\text{min}}{\text{cm}} = 158 \text{ cm}$$