Esercizio 1.

So che a livello capillare nella zona del glomerulo

a)

$$\frac{dQ}{dx} = -\frac{KS}{l} P_{UF}$$

dove S area laterale capillare

l lunghezza capillare

K permeabilità idraulica

P_{UF} = pressione di ultrafiltrazione.

$$P_{UF} = (P_C - P_B) - (\pi_C - \pi_B)$$

la π_B nella capsula di Bowman = ϕ

$$P_{UF} = \Delta P - \pi_C$$

la pressione osmotica capillare ad esempio legata alle proteine si può scrivere come

$$\pi_C = a_1 C + a_2 C^2.$$

$$\frac{dQ}{dx} = -\frac{KS}{l}\left[\Delta P - a_1 C - a_2 C^2\right]$$

ma io so che $C = \frac{\dot m}{Q}$ $\qquad m$ = flusso di massa.

$$\frac{dQ}{dx} = -\frac{m}{C^2}\frac{dC}{dx} \Rightarrow \boxed{\frac{dC}{dx} = \frac{KS}{ml}\left[\Delta P - a_1 C - a_2 C^2\right] C^2}$$

modello di filtrazione glomerulare.

b) se $\pi_C = \phi$ $\qquad \frac{dC}{dx} = \frac{KS}{ml}\Delta P\, C^2 \rightarrow \frac{dC}{C^2} = \frac{KS}{ml}\Delta P\, dx$

$$-\frac{1}{C} = \frac{KS}{mL}\,x \quad \rightarrow \quad C(x) = -\frac{mL}{KSx}$$

Ciò vorrebbe dire via via che l'L si sposta all'interno della capsula di Bowman e lungo i suoi capillari la concentrazione diminuisce, cioè cala ~~[illegible]~~ x tratto crescente.

Tuttavia la presenza del segno implica che la concentrazione sarebbe infinita e negativa all'ingresso della capsula, cioè in pratica la specie dalla capsula filtrerebbe nel capillare e non viceversa cosa impossibile e non fisiologico.
Questo era anche comprensibile dal fatto che π_c non può mai essere nulla in nessun individuo.

Esercizio n. 1.

$V_{bombolo} = 0.9\ V_{bombolo} = 18\,l = V_1$

$P_{O_2} = P_{bombolo} - P_{N_2} = 250\ bar. = P_1 = 25\ MPa$

Siamo in ambiente hus

$V_1 P_1 = V_2 P_2$

$P_2 = 104\ mmHg = 104 \cdot 133\ Pa = 13832\ Pa.$

$$V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2} = \frac{18 \cdot 25 \cdot 10^6}{13832} \simeq 32533\ l.$$

$\dot{V}_{eff}$ necessario di ossigeno $= 12 \cdot 350 \cdot 0.2 = 840 \frac{ml}{min} = 0{,}84 \frac{l}{min} = \dot{V}_{eff}$

$$T = \frac{V_2}{\dot{V}_{eff}} \simeq 38730\ min = 645\ h.$$

Esercizio 3

1) Ad un paziente con bradicardia sinusale deve essere impianto un pacemaker alimentato con una batteria litio-iodio capace di fornire una tensione di 2.8 V e 3.5 Ah.
Sapendo che:_

1. L'80 % dell'energia fornita dalla batteria è utilizzata per produrre impulsi
2. Ogni impulso ha una durata do 0.45 ms e ampiezza pari a 3.5 V
3. La batteria alimenta il pacemaker per garantire una frequenza cardiaca pari a 70 bpm
4. La resistenza dell'elettrocatetere è 500 Ω

Stimare dopo quanto tempo deve essere cambiata la batteria.

Soluzione:
Ib = 3.5 Ah
V= 3.5 V
Vb= 2.8 V

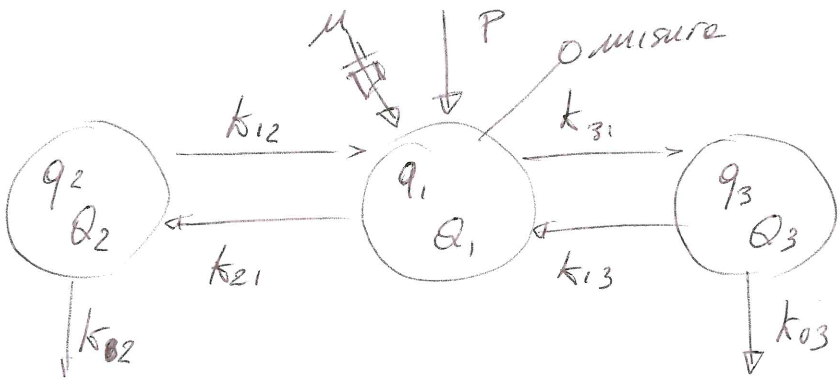
T = periodo dell'impulso = 1/f = [1/(70/60)] = 0.86 s
d = duty cycle = 0.45 msec/ 0.86 sec = 0.52*10^-3
P = potenza media in uscita = V^2*d/R = 13 μW
E = energia batteria = Vb*Ib*60*60= 35.280 kJ

t = (0.80*E)/P= 2.19*10^9 sec= 6.88 anni

Esercizio n° 4
Vedere appunti in rete.

Modello in stato stazionario del glucosio e digiuno
(lezione del 27/03/2015)

→ 3 pool con struttura mammillare



P = produzione epatica
u = ingresso tracciante

pool 2 → tessuti a scambio rapido
(cervello, organi splancnici, rene)
→ tessuti insulino indipendenti

pool 3 → tessuti a scambio lento
(muscolo, tessuto adiposo)
→ tessuti insulino-dipendenti

pool 1 → plasma ($k_{01} \simeq 0$)

→ Conoscenza a priori (che verrà inclusa nel sommario esaustivo):

IL ~~TESSU~~ CONSUMO DI GLUCOSIO NEI TESSUTI INSULINO INDIPENDENTI (2) È 3 VOLTE QUELLO DEI TESSUTI INSULINO-DIPENDENTI (3)

$$\Rightarrow F_{02} = 3 F_{03}$$

Cinetica del tracciato

$$\begin{cases} \dot{Q}_1(t) = -(k_{21}+k_{31})\,Q_1(t) + k_{12}\,Q_2(t) + k_{13}\,Q_3(t) + P = 0 \\ \dot{Q}_2(t) = k_{21}\,Q_1(t) - (k_{12}+k_{02})\,Q_2(t) = 0 \\ \dot{Q}_3(t) = k_{31}\,Q_1(t) - (k_{13}+k_{03})\,Q_3(t) = 0 \\ C_1(t) = Q_1(t)/V_1 \end{cases}$$

$$F_{02} = 3F_{03} \implies k_{02}\,Q_2 = 3\,k_{03}\,Q_3$$

$$\begin{cases} \to Q_2 = \dfrac{k_{21}}{k_{12}+k_{02}}\,Q_1 \\ \to Q_3 = \dfrac{k_{31}}{k_{13}+k_{03}}\,Q_1 \end{cases}$$

$$\implies \frac{k_{21}\,k_{02}}{k_{12}+k_{02}} = 3\,\frac{k_{31}\,k_{03}}{k_{13}+k_{03}}$$

$\longrightarrow$ DA INSERIRE NEL SOMMARIO ESAUSTIVO

Cinetica del tracciante

$$\begin{cases} \dot{q}_1(t) = -(k_{21}+k_{31})\,q_1(t) + k_{12}\,q_2(t) + k_{13}\,q_3(t) + u(t) \\ \dot{q}_2(t) = k_{21}\,q_1(t) - (k_{12}+k_{02})\,q_2(t) \\ \dot{q}_3(t) = k_{31}\,q_1(t) - (k_{13}+k_{03})\,q_3(t) \\ c_1 = q_1(t)/V_1 \end{cases}$$

→ condizioni iniziali (assenza di tracciante nei compartimenti prima dell'inizio dell'esperimento)

$$q_1(0)=0 \;;\; q_2(0)=0 \;;\; q_3(0)=0$$

→ DOMINIO DI LAPLACE $\qquad \mathcal{L}\{q_i\} \Rightarrow Q_i(s)$

$$sQ_1 = -(k_{21}+k_{31})\,Q_1 + k_{12}\,Q_2 + k_{13}\,Q_3 + U$$

$$sQ_2 = k_{21}\,Q_1 - (k_{12}+k_{02})\,Q_2$$

$$sQ_3 = k_{31}\,Q_1 - (k_{13}+k_{03})\,Q_3$$

$$C_1 = Q_1/V_1$$

→ METODO MATRICIALE

$$A = \begin{bmatrix} -(k_{21}+k_{31}) & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & -(k_{02}+k_{12}) & 0 \\ k_{31} & 0 & -(k_{03}+k_{13}) \end{bmatrix}$$

$$B = [1 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$C = [1/V_1 \quad 0 \quad 0]$$

$$H = C[sI - A]^{-1} B$$

$$H = \frac{s^2 + (k_{02} + k_{12} + k_{03} + k_{13})\, s + k_{02}k_{03} + k_{02}k_{13} + k_{12}k_{03} + k_{12}k_{13}}{V_1 \Big[s^3 + (k_{02} + k_{03} + k_{12} + k_{13} + k_{21} + k_{31})\, s^2 + \ldots}$$

$$\ldots + (k_{02}k_{03} + k_{02}k_{13} + k_{03}k_{12} + k_{02}k_{21} + \ldots$$

$$\ldots + k_{03}k_{21} + k_{12}k_{13} + k_{02}k_{31} + \ldots$$

$$\ldots + k_{03}k_{31} + k_{13}k_{21} + k_{12}k_{31}) + \ldots$$

$$\ldots + k_{02}k_{03}k_{21} + k_{02}k_{03}k_{31} + k_{02}k_{13}k_{21} + \ldots$$

$$\ldots + k_{03}k_{12}k_{31} \Big]$$

→ La funzione di trasferimento è del tipo

$$H = \frac{\beta_3 s^2 + \beta_2 s + \beta_1}{s^3 + \alpha_3 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_1}$$

Sommario esaustivo

$$\begin{cases} \beta_3 = 1/V_1 \\ \beta_2 = (k_{02} + k_{12} + k_{03} + k_{13})/V_1 \\ \beta_1 = (k_{02} k_{03} + k_{02} k_{13} + k_{12} k_{03} + k_{12} k_{13})/V_1 \\ \alpha_3 = k_{02} + k_{03} + k_{12} + k_{13} + k_{21} + k_{31} \\ \alpha_2 = k_{02} k_{03} + k_{02} k_{13} + k_{03} k_{12} + k_{02} k_{21} + \dots \\ \qquad \dots + k_{03} k_{21} + k_{12} k_{13} + k_{02} k_{31} + \dots \\ \qquad \dots + k_{03} k_{31} + k_{13} k_{21} + k_{12} k_{31} \\ \alpha_1 = k_{02} k_{03} k_{21} + k_{02} k_{03} k_{31} + k_{02} k_{13} k_{21} + k_{03} k_{12} k_{31} \\ \dfrac{k_{21} k_{02}}{k_{12} + k_{02}} = 3 \dfrac{k_{13} k_{03}}{k_{13} + k_{03}} \end{cases}$$