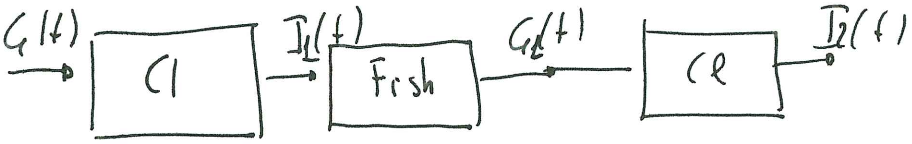
Esercizio 1



La parte fondamentale da verificare è quella dinamica del sistema

$$I_1(t) = K_1 \frac{dG(t)}{dt}$$

$$G_1(t) = a_0 + a_1 \left(I_1(t) - I_{BAS}\right) + a_2 \frac{dI_1(t)}{dt}$$

$$I_2(t) = K_2 \frac{dG_1(t)}{dt}$$

$$I_2(t) = K_2 \frac{d}{dt}\left[a_0 + a_1 \left(I_1(t) + I_{BAS}\right) + a_2 \frac{dI_1(t)}{dt}\right]$$

$$I_2(t) = K_2 a_1 \frac{d}{dt} I_1(t) + a_2 K_2 \frac{d^2}{dt^2} I_1(t)$$

$$I_2(t) = a_1 K_2 K_1 \frac{d^2}{dt} G(t) + a_2 K_2 K_1 \frac{d^3}{dt^3} G(t)$$

Come si nota ogni volta che si raggiungono dei minimi o dei massimi

I_2 sarebbe sempre nullo quindi in regime dinamico il sistema non funziona.

Vediamo la parte statica

$$I_1(t) = I_{MAX}\left[1+\frac{G(t)-BI}{QI}\right]^2$$

$$G_1(t) = a_0 + a_1\left(I_1(t) - I_{BAS}\right) + a_2\frac{dI_1(t)}{dt}$$

$$I_2 = I_{MAX}\left[1+\frac{G_1(t)-BI}{QI}\right]^2$$

$$I_2 = I_{MAX}\left\{1+\frac{a_0 + a_1\left[I_{MAX}\left(1+\frac{G(t)-BI}{QI}\right)^2\right] - a_1 I_{BAS} + a_2\frac{d}{dt}\left(I_{MAX}\left[1+\frac{G(t)-BI}{QI}\right.\right.}{QI} - BI\right]$$

$$I_2 = I_{MAX}\left[1+\frac{a_0}{QI} + a_1\frac{I_{MAX}}{QI}\left(1+\frac{G(t)-BI}{QI}\right)^2 - \frac{a_1 I_{BAS}}{QI} + 2a_2\frac{I_{MAX}}{QI}\left[1+\frac{G(t)-BI}{QI}\right.\right.$$

QI in condizioni statiche è pari a BI

$$I_2 = I_{MAX}\left[1+\frac{a_0}{BI} + a_1\frac{I_{MAX}}{BI}\cdot\left(1+\frac{G(t)-BI}{BI}\right) - a_1\frac{I_{BAS}}{BI} + 2a_2\frac{I_{MAX}}{BI}\left[1+\frac{G(t)-BI}{BI}\right.\right.$$

supposto che al paziente abbia una $G(t) \simeq BI$

$$I_2 = I_{MAX}\left[1+\frac{a_0}{BI} + a_1\frac{I_{MAX}}{BI} - a_1\frac{I_{BAS}}{BI} + 2a_2\frac{I_{MAX}}{BI}\right]$$

Essendo $BI >> I_{MAX}$ $\quad 1 << \frac{I_{MAX}}{BI}$

$$I_2 \simeq I_{MAX}\left[1 + \frac{Q_0}{BI} + Q_1 \frac{I_{MAX}}{BI} + 2Q_2 \frac{I_{MAX}}{BI}\right]$$

quindi dovrebbe sempre $I > I_{MAX}$

Il sistema non può funzionare

Esercizio 1.

$E = 0.7$ $\quad E = \frac{1 - \exp^{-N_T(1+z)}}{1+z}$ $\quad N_T = \frac{KA}{Q_B}$ $\quad z = \frac{Q_B}{Q_D}$

$Q_B = 125 \frac{ml}{min}$

$z = 0.25$

$$0.7 = \frac{1 - \exp^{-N_T(1+0.25)}}{1+0.25} = \frac{1 - e^{-N_T 1.25}}{1.25}$$

$$0.875 = 1 - e^{-1.25 N_T}$$

$$e^{-1.25 N_T} = 0.125 \qquad -1.25\, N_T = -2.079$$

$N_T = 1.66$ $\quad \frac{KA}{Q_B} = 1.66$ $\quad A = \frac{1.66 \cdot 125}{100 \frac{cm}{min}} \frac{cm^3}{min} = 2.075\,m^2$

b)

$Z = 0.25$

$$0.5 = \frac{1 - e^{-N_T(1+Z)}}{1+Z}$$

$$0.5 = \frac{1 - e^{-N_T(1.25)}}{1.25}$$

$$0.625 = 1 - e^{-N_T(1.25)}$$

$$e^{-N_T(1.25)} = 0.375$$

$$N_T\, 1.25 = 0.98 \quad \Rightarrow \quad N_T = 0.785$$

$$N_T = \frac{KA}{Q_B} = 0.785 \qquad KA = 98.125 \, \frac{\cancel{m}m^3}{min}$$

c) $E = 0.6$ $\quad C_i = 100 \frac{mg}{\ell}$ $\quad A \simeq 2 \cdot 10^{-4} m^2$

$$C_f = C_i\, e^{-N_T} \qquad C_f = 100\, e^{-0.785} = 16.4 \, \frac{mg}{\ell}$$

Esercizio 3.

Applico l'equazione del logaritmo medio

$$W = KA \frac{(P_{GIN} - P_{BIN}) - (P_{GOUT} - P_{BOUT})}{\ln \frac{P_{GIN} - P_{BIN}}{P_{GOUT} - P_{BOUT}}}$$

$P_{GIN} = 760 - 47 = 713$ mmHg

$P_{BIN} = 40$ mmHg

$P_{BOUT} = 104$ mmHg

$W = 250 \frac{ml}{min}$

$$250 = 10^{-3} \cdot \frac{(713-40)-(x-104)}{\ln \frac{713-40}{x-104}}$$

$$250 \cdot \ln\left(\frac{673}{x-104}\right) = 10^{-3}(777 - x)$$

$$\frac{673}{x-104} = e^{(3.1 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-6} x)}$$

$$673 = (x-104)(1 - 4 \cdot 10^{-6} x)$$

$$4x^2 - 10^6 x + 777 \cdot 10^6 = 0$$

$$x = \frac{10^6 \pm \sqrt{10^{12} - 3108 \cdot 10^6}}{8} =$$

- 249805 mmHg pressione più alta dell'umana normale
- 194 mmHg OK

Punto b

$W = 250 \frac{ml}{min}$

$P_{G\,IN} = 713$ mmHg

$P_{G\,OUT} = 713 - 60 = 653$ mmHg

$P_{B\,IN} = 40$ mmHg

$P_{B\,OUT} = 104$ mmHg

$$W = 2 \cdot A \frac{(713-40) + (653-104)}{\ln\left(\frac{713-40}{653-104}\right)}$$

$$W = 2 \cdot A \frac{673-549}{\ln \frac{673}{549}}$$

$$250 = 2 \cdot A \frac{124}{0.2} \qquad A = \frac{250 \cdot 0.2}{248} = 0.2\ m^2$$

Esercizio n° 4

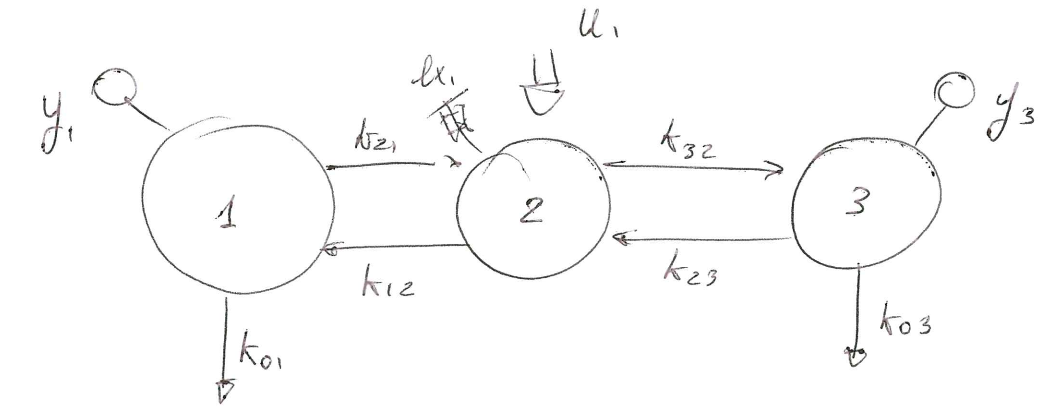
a) Vedere appunti a parte

b) $P_c = V \cdot f \cdot \Delta P = 125 \cdot 10^{-6} \cdot 80 \cdot 100 \cdot 133.33 = 133.33\ W$

$P_{batteria} = \dfrac{V^2}{R_{circ}} = \dfrac{36}{50} = 0.72\ W$

$n = \dfrac{P_c}{P_b} = 185$ minuti

Correzione esercizio 3



equazione tracciato

condizioni stazionarie

$$\begin{cases} \dot{Q}_1(t) = -(k_{01}+k_{21})Q_1 + k_{12}Q_2 = 0 \\ \dot{Q}_2(t) = -(k_{32}+k_{12})Q_2 + k_{21}Q_1 + k_{23}Q_3 + u_1 = 0 \\ \dot{Q}_3(t) = -(k_{03}+k_{23})Q_3 + k_{32}Q_2 = 0 \end{cases}$$

equazioni tracciante

$$\begin{cases} \dot{q}_1(t) = -(k_{01}+k_{21})q_1 + k_{12}q_2 \\ \dot{q}_2(t) = -(k_{32}+k_{12})q_2 + k_{21}q_1 + k_{23}q_3 + ex_1 \\ \dot{q}_3(t) = -(k_{03}+k_{23})q_3 + k_{32}q_2 \\ y_1 = q_1/V_1 \\ y_3 = q_3/V_3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ trasformata di Laplace

$$q_1(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} Q_1(s)$$

$$\dot{q}_1(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} sQ_1(s)$$

condizioni iniziali nulle

$$
\begin{cases}
sQ_1 = -(k_{01} + k_{21})Q_1 + k_{12}Q_2 \\
sQ_2 = -(k_{32} + k_{12})Q_2 + k_{21}Q_1 + k_{23}Q_3 + Ex_1(s) \\
sQ_3 = -(k_{03} + k_{23})Q_3 + k_{32}Q_2 \\
Y_1 = \dfrac{Q_1}{V_1} \\
Y_3 = Q_3/V_3
\end{cases}
$$

→ Forma matriciale

$$
s\underbrace{\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix}}_{Q_i} = \underbrace{\begin{bmatrix} -(k_{01}+k_{21}) & k_{12} & 0 \\ k_{21} & -(k_{32}+k_{12}) & k_{23} \\ 0 & k_{32} & -(k_{03}+k_{23}) \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} Q_i \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{B} Ex_1
$$

$$
\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1/V_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/V_3 \end{bmatrix}}_{C} \begin{bmatrix} Q_i \end{bmatrix}
$$

$$
H = C\left[sI - A\right]^{-1}B
$$

→ Avremo due funzioni di trasferimento

H è una matrice 2×1

nella prima riga è contenuta la funzione di trasferimento

$$H_1 = \frac{Y_1}{Ex_1}$$

nella seconda riga è contenuta la funzione di trasferimento

$$H_2 = \frac{Y_2}{Ex_1}$$

$$H_1 = \frac{1}{V_1} \frac{k_{12}(k_{03} + k_{23} + s)}{s^3 + (k_{01} + k_{03} + k_{12} + k_{21} + k_{23} + k_{32})s^2 + \ldots}$$

$$\ldots + (k_{01}k_{03} + k_{01}k_{12} + k_{03}k_{12} + k_{01}k_{23} + k_{03}k_{21} + \ldots$$

$$\ldots + k_{03}k_{32} + k_{12}k_{23} + k_{21}k_{23} + k_{21}k_{32})\, s + \ldots$$

$$\ldots\ k_{01}k_{03}k_{12} + k_{01}k_{03}k_{32} + k_{01}k_{12}k_{23} + k_{03}k_{21}k_{32}$$

$$H_2 = \frac{1}{V_3} \frac{k_{32}(k_{01} + k_{21} + s)}{(\qquad\qquad)}$$

↳ stesso denominatore di H_1

entrambe le funzioni sono del tipo

$$\frac{\beta_2 s + \beta_1}{s^3 + \alpha_3 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_1}$$

→ La funzione H_1 → $\dfrac{\beta_{21} s + \beta_{11}}{s^2 + \alpha_3 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_1}$

La funzione H_2 → $\dfrac{\beta_{22} s + \beta_{12}}{s^2 + \alpha_3 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_1}$

→ Verifica dell'identificabilità tramite metodo delle matrice delle funzione di trasferimento

→ parametri

k_{01}, ~~[illegible]~~ k_{21}, k_{12}, k_{32}, k_{23}, k_{03}, V_1, V_3

$$\beta_{21} = k_{12}/V_1 \qquad \beta_{11} = \frac{k_{12}(k_{03} + k_{23})}{V_1}$$

$$\beta_{22} = k_{32}/V_3 \qquad \beta_{12} = \frac{k_{32}(k_{01} + k_{21})}{V_3}$$

Le righe della matrice G (α, β) sono 7

Le colonne (parametri) sono 8

→ il rango delle delle matrice non potrà mai essere uguale al numero dei parametri

Rank (G) < 8

→ sistema non identificabile a priori

Dal punto di vista dell'analisi matematica, l'utilizzo, in questo particolare sistema I/O, non avrebbe comportato alcuna variazione. (cambio da C a TTR)

Da un punto di vista "operativo"/"fisiologico": la comparazione viene fornita nella seguente tabella

Stabili	Radioattivi
Sicuri, non dannosi	Radiazioni limitanti
Usabili in tutta la popolazione	Non usabili in tutta la popolazione
+ traccianti contemporaneamente e in studi ripetuti	limitazioni nel numero
costo elevato	alcuni isotopi non hanno vita lunga
elevato rumore fondo	poco rumore fondo
attrezzature costose	attrezzature relativamente meno costose