Esercizio 1



1) $$Q_d \frac{dC_d}{dx} = -K_d \left( C_d - C_i \right)$$

2) $$Q_a \frac{dC_a}{dx} = K_a C_a$$

3) $$-\frac{dQ}{dx} = K_a \left( C_i - C_d \right)$$

non essendoci uscita d'acqua l'equazione dice su ciò che entra è uguale a ciò che esce non può essere applicata inoltre $C_i \neq 0$ poiché non siamo nel caso ideale. Per ipotesi di impermeabilità del tratto discendente ho che

$$\frac{dQ}{dx} = \phi = K_a \left[ C_i - C_d \right] \Rightarrow \qquad C_i = C_d \qquad \forall x$$

nella 1 ho che $Q_d \frac{dC_d}{dx} = \phi \quad \Rightarrow \quad C_d = cost = C_d(0) = C_i(0) \ \forall x$

dalla due ho

$$\frac{dC_a}{C_a} = \frac{K_a}{Q_a} dx$$

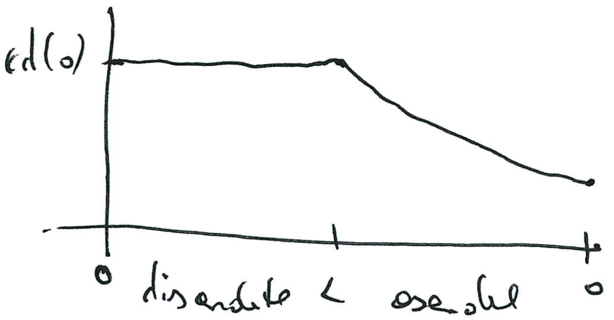
$$\ln C_a = \frac{K_a}{Q_a} x \quad \Rightarrow \quad C_a(x) = C_a(0)\, e^{\frac{K_a}{Q_a} x}$$

$$C_a(L) = C_d(L) \qquad C_a(L) = C_a(0)\, e^{\frac{K_a}{Q_a} x}$$

$$C_a(0) = \frac{C_d(L)}{e^{\frac{K_a}{GFR} L}} \quad \Rightarrow \quad C_a(x) = \frac{C_d(L)}{e^{\frac{K_a}{GFR} L}}\, e^{\frac{K_a}{GFR} x}$$

$C_a(x) = C_d(L)\, e^{\frac{k_a}{qFn}(x-L)}$ ma $C_d(L) = C_d(0)$

$C_o(x) = C_d(0)\, e^{\frac{k_a}{qFn}(x-L)}$




La $C_i = C_d$ ~~ed~~ ed è fissa.

Esercizio n° 2.

~~Sol~~. Le equazioni sono:

$$\begin{cases} \dfrac{dc'}{dt} = D_2 \dfrac{\partial^2 c'}{\partial x^2} \\ \dfrac{\partial c}{\partial t} = D_1 \dfrac{\partial^2 c}{\partial x^2} + k'(y_0 - y) - k c y \\ \dfrac{\partial y}{\partial t} = D_{Hb} \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} + k'(y_0 - y) - k c y \end{cases}$$

So che il modello non è stazionario quindi le derivate temporali sono non nulle.

Ipotesi.

1) L'emoglobina non diffonde $D_{Hb} = \phi$

2) flusso di ossigeno nel globulo: 1) $D_1 \dfrac{\partial c}{\partial x} = a x + b$

2) $D_1 \dfrac{\partial c}{\partial t} = \alpha t + \beta$

essendo il flusso lineare e non essendo presente accumulo vuol dire che tutto l'ossigeno si lega e quindi la reazione inversa non è probabilisticamente possibile $k' = \phi$

Ecco il nuovo sistema

$$\frac{dc'}{dt} = D_2 \frac{\partial^2 c'}{\partial x^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_1 \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - K c y \quad (2)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -K c y \quad (3)$$

Risolvo l'equazione (3)

$$\frac{\partial y}{y} = -K c\, \partial t \quad \Rightarrow \quad \ln y = -K \int c\, dt$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -K \frac{\partial (c y)}{\partial t} = -K y \frac{\partial c}{\partial t} - K c \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -K y \frac{\partial c}{\partial t} - K^2 c^2 y$$

$$c = \frac{a}{D_1 \cancel{x^2}} \frac{x^2}{2} + \frac{b}{D_1} x + c$$

$$c = \frac{\alpha}{D_2} \frac{\cancel{x}t^2}{2} + \frac{\beta}{D_2} \cancel{x}t + \gamma$$

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial c'}{\partial t} = D_2 \dfrac{\partial^2 c'}{\partial x^2} & (1) \\[2ex]
\dfrac{\partial c}{\partial t} = D_1 \dfrac{\partial^2 c}{\partial x^2} - K c y & (2) \\[2ex]
\dfrac{\partial y}{\partial t} = -K c y & (3)
\end{cases}
$$

Se considero che il flusso di ossigeno varia linearmente rispetto allo spazio:

$$c(x,t) = \frac{a}{D_1}\frac{x^2}{2} + \frac{b}{D_1}x + c. \quad (\blacklozenge)$$ una volta integrato

$$D_1 \frac{\partial c}{\partial x} = a x + b \quad (*)$$ ~~ma~~

Se derivo rispetto ad $x$ tale condizione ho

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(D_1 \frac{\partial c}{\partial x}\right) = a \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{a}{D_1}$$ sostituisco nella (2)

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_1 \cdot \frac{a}{D_1} - K c y$$

ma poiché $\cancel{x}$ $c$ con questa condizione non dipende da $t$ ho $\frac{\partial c}{\partial t} = 0$

$$a = K c y$$

sostituisco nella 3 ed ho $$\frac{\partial y}{\partial t} = -a \quad \Rightarrow \quad y = -a't + b^*$$

$$\Rightarrow \cancel{c(x,t)}\ \frac{a}{Ky} = \frac{a}{K(b^* - a't)} \quad \Rightarrow \quad a = K(b^* - a't)\, c(x,t)$$

sostituisco in $(\blacktriangle)$

⑥

$$C(x,t) = \frac{x^2}{2D_1} K(b^* - o' t)\, c(x,t) + \frac{b}{D_1} x + c.$$

$$\Rightarrow C(x,t) = \left(\frac{b}{D_1} x + c\right) \cdot \frac{1}{1 - \frac{x^2}{2D_1} K(b^* - o' t)}$$

~~Necessario~~ Sapendo che

$$D_2 \frac{\partial C'}{\partial x} = \alpha D_1 \frac{\partial c}{\partial x} \qquad \text{ho che.}$$

$$D_2 \frac{\partial c'}{\partial x} = \alpha (ax + b)$$

$$\frac{\partial c'}{\partial x} = \frac{\alpha}{D_2} \left[ b + K(b^* - o' t)\, c(x,t) \right]$$

$$\frac{\partial c'}{\partial x} = \frac{\alpha b}{D_2} + \frac{\alpha K}{D_2} (b^* - o' t) \cdot \left(\frac{b}{D_1} x + c\right) \cdot \frac{1}{1 - \frac{x^2}{2D_1} K(b^* - o' t)}$$

da cui integrando ho

$$c'(x,t) = \frac{\alpha}{D_2} b t + \frac{\alpha K (b^* - o' t)}{D_2} \cdot \frac{2D_1}{K(b^* - o' t)} \int \frac{\left(\frac{b}{D_1} x + c\right)}{\frac{2D_1}{K(b^* - o' t)} - x^2}\, dx$$

$$c'(x,t) = \frac{\alpha}{D_2} bt + 2\alpha \frac{D_1}{D_2} \int \frac{\left(\frac{b}{D_1}x + c\right)}{\left(\frac{2D_1}{k(b^* - a't)} - x^2\right)} dx$$

essendo le dimensioni della membrana del globulo piccole ho che $x^2 \ll \frac{2D_1}{k(b^* - a't)}$

~~[illegible]~~ così ho.

$$c'(x,t) = \frac{\alpha}{D_2} bt + 2\alpha \frac{D_1}{D_2} \left[\int \left(\frac{b}{D_1}x + c\right) dx\right] \cdot \frac{1}{\frac{2D_1}{k(b^* - at)}}$$

$$c'(x,t) = \frac{\alpha b}{D_2} t + 2\alpha \frac{D_1}{D_2} \left(\frac{b}{D_1}\frac{x^2}{2} + cx\right) \frac{1}{\frac{2D_1}{k(b^* - at)}}$$

Consideriamo ora il caso in cui vari il rilascio di ossigeno linearmente col tempo

$$D_1 \frac{\partial c}{\partial t} = \alpha t + \beta$$ in tal caso $\frac{\partial^2 c}{\partial x} = \phi$ il sistema diventa.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial c'}{\partial t} = D_2 \dfrac{\partial^2 c'}{\partial x^2} = \phi & (1) \text{ perché } D_2 \dfrac{\partial c'}{\partial x^2} = \alpha D_1 \dfrac{\partial c}{\partial x} = \phi \\ \dfrac{\partial c}{\partial t} = -Kcy & (2) \\ \dfrac{\partial y}{\partial t} = -Kcy & (3) \end{cases}$$

Dalle 1 ho

$$\frac{\partial c'}{\partial t} = 0 \Rightarrow c' = \text{cost} = A$$

Dalle 2 e 3 ho che

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial y}{\partial t} \Rightarrow c(x,t) = y(x,t)$$

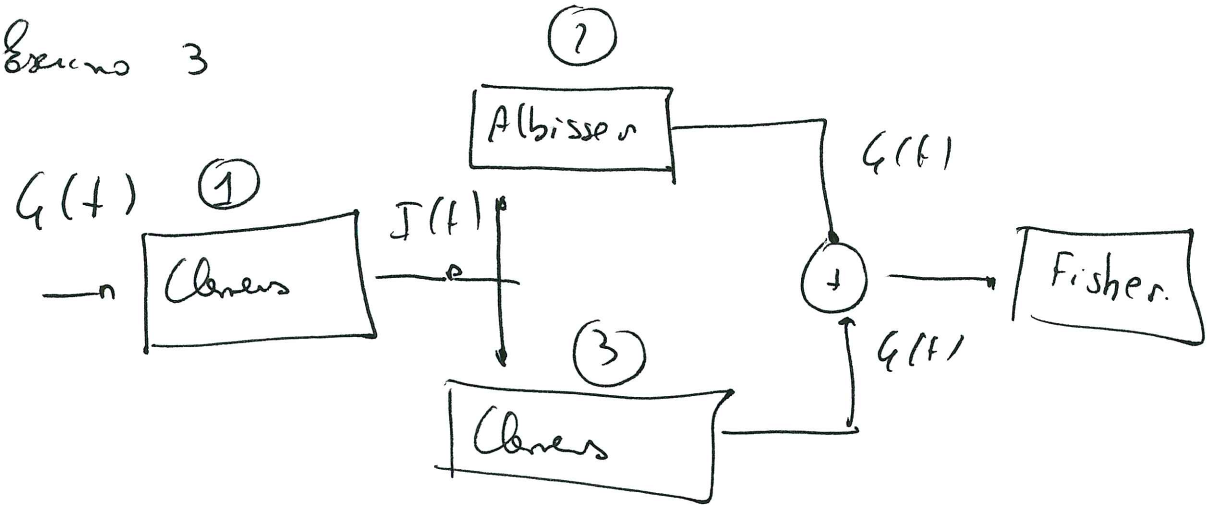
$$\frac{\partial y}{\partial t} = -k y^2 \qquad \frac{\partial y}{y^2} = -k\, dt$$

integro ed ho $-\frac{1}{y} = -kt \Rightarrow y = \frac{1}{kt}$

$$c(x,t) = \frac{1}{kt} = y(x,t)$$

Questa soluzione vorrebbe dire che all'interno del globulo rosso non c'è variazione spaziale della concentrazione di ossigeno, che per tempi brevi essa ~~...~~, è alta, e che la c' è costante, questo caso si verifica solo nel caso di iperossigenazione_

Esercizio 3 




So che inizialmente la glicemia basale è 100 e poi passa a 300 quindi la risposta di insulina sarà pari a 2 $\frac{mg}{ml}$.
Il primo blocco che incontro è Clemens, poichè ho variazione di G(t) agirà la parte derivativa

1) $I(t) = k \frac{dG}{dt} = K \frac{300 - 10 \frac{mg}{dl}}{1 \cdot s} = 2 \frac{mg}{ml}$

$K = 2 \frac{mg}{ml} \cdot \frac{1}{200} \cdot \frac{10\,dl}{mg} \cdot s = 0.1\, s$

il K è positivo anche se non prossimo ad 1 quindi il sistema può funzionare ma potrebbe diventare instabile.

La insulina costante pari a $2 \frac{mg}{ml}$ entra nel blocco 2 e 3. Essendo costante solo entrando in Albisser ho:

2) $G_{Alb}(t) = \frac{G_{MAX}}{2} \left[ 1 + \tanh\left( \frac{I(t) - I_{bas}}{PI} \right) \right]$

$I'(t) = I_{bas} + I(t) = 4 \frac{mg}{ml}$

$I_{bas} = 2 \frac{mg}{ml}$

$PI = \frac{1}{4}$ quindi $\tanh \simeq \phi$

Quindi $G_{ALb}(1) = \frac{I_{MAX}}{2}$. (10)

Nel blocco 3 entra una $I(t) = cost = 2 \frac{mg}{ml}$ quindi vale solo la ento stazionario di Clemens

$$G_{clemens}(1) = \frac{I_{MAX}}{2} \left[ 1 + \frac{I(1) - I_{bas}}{Q_I} \right]$$

Onde qui $I(1) = I_{bas} + I' = 4 \frac{mg}{ml}$.

$$Q_I = 0.25$$

$$G_{clemens}(1) = \frac{I_{MAX}}{2} \left[ 1 + 8 \right] = \frac{9}{2} I_{MAX}.$$

Quindi in ingresso a 4 blocco mi entra $\frac{9}{2} I_{MAX} + \frac{1}{2} I_{MAX} = 5 I_{MAX}$

Essendo la concentrazione che entra costante ora

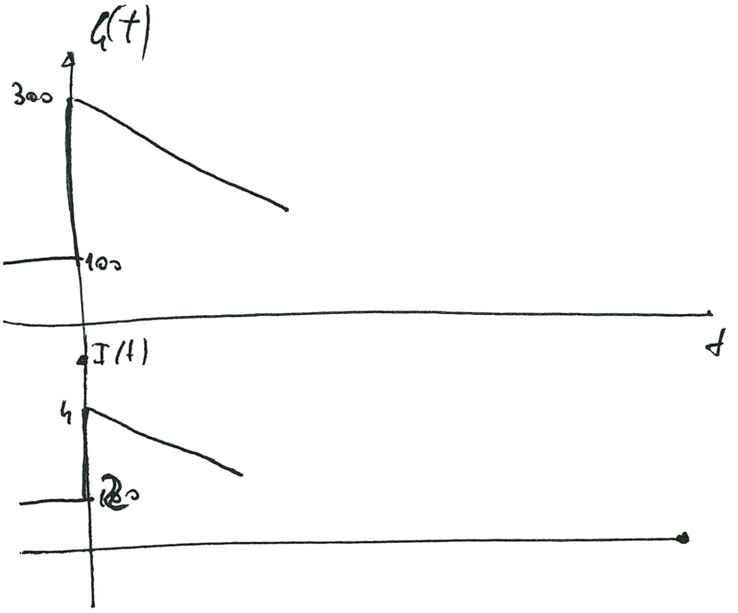
$$G_{TOT}(1) = G_{clemens} + G_{albumina} = 5 I_{MAX}$$

$$I_u(1) = a_0 + a_1 \left[ 5 I_{MAX} - 100 \right] + a_2 \frac{5 I_{MAX} - 100}{1}$$

poiché la dose $I_{MAX} = 40 \frac{mg}{dl}$ e

$G_{TOT}(1) > G_{basale}$

$I_u(1) = 2 \, mg$

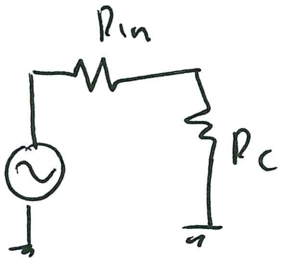



Il sistema rimane bene al [illegible]

Esercizio 4

Poiché il sistema è applicato alla rete elettrica possiamo calcolare la tensione efficace

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V_{MAX}^2 \sin^2(\omega t)^2} = \frac{V_{MAX}}{\sqrt{2}} = \frac{310}{\sqrt{2}} \simeq 220\,V.$$




$$\Rightarrow P_S = \frac{V_{eff}^2}{(R_c+R_{in})^2}\, R_c$$

$R_c$ = resistenza carico = 50 Ω

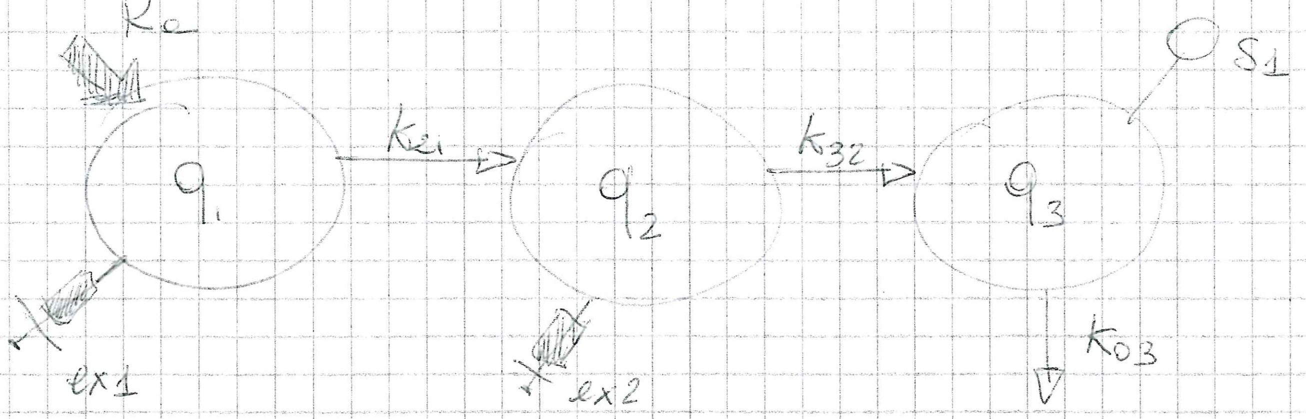
$\frac{P_{cuore}}{s} = \frac{V_{cuore\ sinistro}\ \Delta P_{sinistro}}{s} \cdot$ [redacted] $=$ [redacted] $\cdot\ 125 \cdot 10^{-6}\, m^3 \cdot \frac{(95-6)\, mmHg}{s}$

$=$ [redacted] $\cdot\ 125 \cdot 89 \cdot 133.34 \cdot 10^{-6} \simeq 1.48\ W.$

$$\frac{V_{eff}^2}{(R_c+R_{in})^2}\, R_c = 1.48 \qquad \Rightarrow \sqrt{\frac{V_{eff}^2\, R_c}{1.48}} - R_c = R_{in}.$$

$R_{in} = 1.63\ M\Omega.$

6 gennaio 2009 




Cinetica tracciato

$$\begin{cases} \dot{Q}_1 = -k_{21} Q_1 + Ra = 0 \\ \dot{Q}_2 = -k_{32} Q_2 + k_{21} Q_1 = 0 \\ \dot{Q}_3 = -k_{03} Q_3 + k_{32} Q_2 = 0 \end{cases}$$

TRACCIATO ALLO STAZIONARIO

Cinetica tracciante → APPLICO IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI → PRIMA $EX_1$, POI $EX_2$

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = -k_{21} q_1 + ex_1 \\ \dot{q}_2 = +k_{21} q_1 - k_{32} q_2 \\ \dot{q}_3 = +k_{32} q_2 - k_{03} q_3 \\ y_1 = q_3 / V_3 \end{cases}$$

⇒ TRASFORMATA DI LAPLACE

$$\begin{cases} sQ_1 = -k_{21} Q_1 + E_{x_1} \\ sQ_2 = +k_{21} Q_1 - k_{32} Q_2 \\ sQ_3 = +k_{32} Q_2 - k_{03} Q_3 \\ Y_1 = Q_3 / V_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cancel{sQ_1 = -k_{21} Q_1 + E_{x_1}} \\ \cancel{sQ_2 = +k_{21} Q_1 - k_{32} Q_2} \\ \cancel{Q_1 = \dfrac{E_{x_1}}{s + k_{21}}} \end{cases}$$

$$\cancel{Q_2 = \frac{k_{21} Q_1}{s + k_{32}}}$$

$$\begin{cases} Q_3 = \dfrac{k_{32} Q_2}{s + k_{03}} \\ Q_1 = \dfrac{E_{x_1}}{s + k_{21}} \\ Q_2 = \dfrac{k_{21} Q_1}{s + k_{32}} \\ y_1 = \dfrac{Q_3}{V_3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \dfrac{E_{x_1}}{s + k_{21}} \\ Q_2 = \dfrac{k_{21} E_{x_1}}{(s + k_{21})(s + k_{32})} \\ Q_3 = \dfrac{k_{32} Q_2}{s + k_{03}} \\ y_1 = Q_3 / V_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_1 = E_x / s + k_{21} \\ Q_2 = \dfrac{k_{21} E_{x_1}}{(s + k_{21})(s + k_{32})} \\ Q_3 = \dfrac{k_{32} k_{21} E_x}{(s + k_{21})(s + k_{32})(s + k_{03})} \\ y_1 = Q_3 / V_3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Funzione di trasf. # 1

$$H_1 = y_1 / E_{x_1} = \frac{1}{V_3} \frac{k_{32} k_{21}}{(s + k_{21})(s + k_{32})(s + k_{03})}$$

TRACCIANTE INIETTATO CON $E_{x2}$

$$\begin{cases} \cancel{\dot{q}_1 = -k_{21} q_1} \\ \dot{q}_2 = \cancel{+k_{21} q_1} - k_{32} q_2 + e_{x2} \\ \dot{q}_3 = +k_{32} q_2 - k_{03} q_3 \\ y_2 = q_3 / V_3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ NESSUN TRACCIANTE PUÒ ARRIVARE DAL COMPARTIMENTO 1

$\Rightarrow$ TRASFORMATA DI LAPLACE

$$\begin{cases} \cancel{s Q_1 = -k_{21} Q_1} \\ s Q_2 = \cancel{k_{21} Q_1} - k_{32} Q_2 + E_{x2} \\ s Q_3 = k_{32} Q_2 - k_{03} Q_3 \\ Y_2 = Q_3 / V_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_2 = E_{x2} / s + k_{32} \\ Q_3 = \dfrac{k_{32} E_{x2}}{(s+k_{32})(s+k_{03})} \\ y_2 = Q_3 / V_3 \end{cases}$$

Funzione di trasferimento # 2

$$H_2 = Y_2 / E_{x_2} = \frac{1}{V_3} \frac{k_{32}}{(s+k_{32})(s+k_{03})}$$

$\Rightarrow$ È possibile distinguere i due traccianti se la sostanza ~~reagente~~ viene marcata utilizzando due diversi isotopi stabili. La misura viene effettuata con lo spettrometro di mas