Esame di Controlli Automatici - 07 Giugno 2018

Q1 Si dia una definizione di regione di asintotica stabilità rispettivamente per un moto e per un'orbita di un sistema non lineare. Si descriva un metodo che possa portare ad una stima della regione stessa, discutendo i casi in cui lo si possa applicare.

Q2 Si diano le definizioni e si spieghino le differenze fra *controllo di postura* (*point-to-point control*), *inseguimento di movimento* (*trajectory tracking*) e *controllo su traccia* (*path following*). Si facciano esempi applicativi dei tre casi.

Q3 Sia dato il sistema tempo continuo:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1(t) + q_1(x_1(t), x_2(t)) \\ \dot{x}_2(t) = 4x_1(t) - x_2(t) + q_2(x_1(t), x_2(t)) \end{cases},$$

con q_1 e q_2 polinomi contenenti soltanto monomi in x_1 e x_2 di grado non inferiore a due.

(a) Si analizzi la stabilità dell'equilibrio nell'origine.

(b) Si costruisca una funzione di Lyapunov che permetta di dimostrare che i valori dei coefficienti di q_1 e q_2 non sono essenziali nell'analisi della stabilità nell'origine.

Q4 Dato il sistema LTITC rappresentato, in forma di stato, dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix},$$

si chiede di:

(a) Studiare il sottospazio di raggiungibilità e di inosservabilità, determinandone le dimensione e le basi.

(b) Dire se è possibile costruire un osservatore asintotico dello stato. Se possibile costruirlo.

(c) Dire se è possibile costruire una retroazione degli stati che renda il sistema asintoticamente stabile. Se possibile costruirlo.

(d) Determinare la funzione di trasferimento del sistema e fornire una realizzazione minima del sistema in forma canonica di controllo.

Q5 Dato il sistema lineare tempo continuo $\dot{x} = Ax + Bu$, con

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 100 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

(a) Si caratterizzi l'insieme dei punti $x = (x_1, x_2)^{\mathrm{T}}$ raggiungibili a partire da condizioni iniziali nulle;

(b) Si determini in quali dei suddetti punti il sistema possa rimanere indefinitamente;

(c) Scelto uno tra i punti di cui al punto b), si calcoli una sequenza di ingressi (costanti a tratti per intervalli di 0.01 s) in grado di portare il sistema nel punto desiderato in tempo minimo,

(d) Per lo stesso punto, si calcoli una sequenza di ingressi (costanti a tratti per intervalli di 0.01 s) in grado di portare il sistema nel punto desiderato in tempo minimo, rimanendovi poi indefinitamente.

Q6 Per il sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = u \\ y = x \end{cases}$$

(a) Si scrivano le matrici A, B, C e D del sistema in forma di spazio di stato e la sua funzione di trasferimento.

Si consideri il controllore puramente proporzionale ($u = -Ky$) e si consideri la seguente funzione costo:

$$J = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\left(y^2(\tau) + \frac{1}{10}u^2(\tau)\right)d\tau$$

(b) Si esprima J in funzione della sola x e del parametro K.

Supponendo che il sistema evolva a partire da stato iniziale $x(0) = 1$ si chiede:

(c) Quale il valore di K che minimizza J?

(d) Il valore di K che minimizza J ed il valore stesso assunto da J dipendono da $x(0)$? Discutere il problema.