

## Esame di Controlli Automatici - 8 Giugno 2017

**Q1** Si consideri il seguente sistema non lineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u \cos x_2 \\ \dot{x}_2 = x_2^2 + x_1 \end{cases}.$$

Si calcoli il punto di equilibrio del sistema con ingresso  $u$  nullo e se ne valuti la stabilità. Supponendo di avere a disposizione gli stati del sistema, si calcoli una retroazione statica degli stati  $u = Kx$ , con  $x = [x_1 x_2]^T$ , che sia in grado di portare i poli del sistema linearizzato a ciclo chiuso in  $[-10, -20]$ , disegnando graficamente uno schema a blocchi della retroazione.

**Q2** Per il sistema dell'esercizio Q1, si descriva un metodo per valutare la regione di asintotica stabilità del sistema qualora la retroazione statica sia applicata direttamente al sistema non lineare.

**Q3** Dati i sistemi rappresentati dalle funzioni di trasferimento  $G_1(s) = \frac{s+2}{s^3+2s^2+10s}$  e  $G_2(s) = \frac{1}{s^2+3s+2}$ , si determini la dimensione della realizzazione minima del sistema ottenuto considerando come ingresso del sistema  $G_2$  l'uscita del sistema  $G_1$ . Se ne discuta inoltre la raggiungibilità e l'osservabilità. Si discuta come cambiano le risposte alle domande precedenti se invece si considera come ingresso del sistema  $G_1$  l'uscita del sistema  $G_2$ .

**Q4** Dato il sistema tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 x_2 - x_3^2 \\ \dot{x}_2 = -x_1^2 - x_2 \\ \dot{x}_3 = x_1 x_3 \end{cases} \quad (1)$$

Si studi la stabilità dell'origine.

**Q4** Dato il sistema LTITC rappresentato, in forma di stato, dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad -1 \quad 0 \quad -2 \quad 0],$$

si chiede di:

**Q5.1** Studiare il sottospazio di raggiungibilità e di inosservabilità, determinandone le dimensioni e le basi.

**Q5.2** Dire se è possibile costruire un osservatore asintotico dello stato. Se possibile costruirlo.

**Q5.3** Dire se è possibile costruire una retroazione degli stati che renda il sistema asintoticamente stabile. Se possibile costruirlo.

**Q5.4** Determinare la funzione di trasferimento del sistema e fornire una realizzazione minima del sistema in forma canonica di controllo.