**Esame di Controlli Automatici - 29 Giugno 2017**

**Q1** Per i sistemi rappresentati dalle funzioni di trasferimento

$$G_1 = \frac{s-\alpha}{(s-\beta)(s-\gamma)},\ G_2 = \frac{s-\delta}{(s-\alpha)}$$

si considerino la connessione in parallelo e le due possibili connessioni in serie dei due sistemi. Si indichino per i tre casi gli autovalori dei quattro sottosistemi della decomposizione di Kalman.

**Q2** Con riferimento alla Figura 1, si discuta la raggiungibilità e la osservabilità del sistema sottoposto ad ingresso $f$ al variare della costante elastica della molla, nei due casi in cui la misura disponibile sia alternativamente la posizione della prima o della seconda massa.

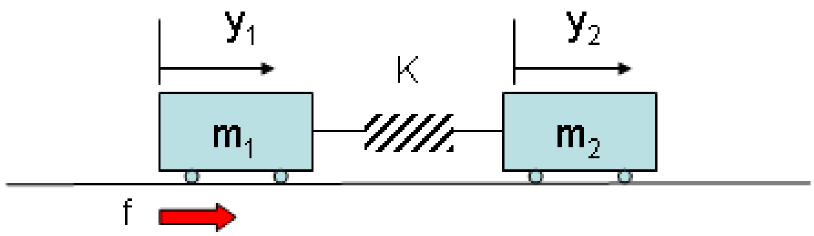


Figura 1: Sistema meccanico da studiare

**Q3** Utilizzando una funzione candidata di Lyapunov quadratica, si studino i moti in vicinanza dell'origine per il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1(k^2 - x_1^2 - x_2^2) + x_2(k^2 + x_1^2 + x_2^2) \\ \dot{x}_2 = -x_1(k^2 + x_1^2 + x_2^2) + x_2(k^2 - x_1^2 - x_2^2) \end{cases}$$

supponendo $k = 0$ e $k \neq 0$.

**Q4** Sia dato il sistema LTI

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 8 & 6 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & a & 0 & 9 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 & 8 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u \\ y &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & c \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{1}$$

Si scriva la funzione di trasferimento del sistema.

**Q5** Data la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{s+a}{s^2 + bs + 1}$$

si trovi una realizzazione minima del sistema dinamico associato. Si progetti un regolatore in modo tale che sia garantito un errore nullo per riferimenti a gradino, e che il sistema in anello chiuso abbia poli a parte reale negativa. Si discuta la proprietà di minimo sfasamento del sistema in anello chiuso al variare dei parametri del sistema e del controllore.

Infine, si descrivano i comandi MATLAB necessari a progettare un controllore che minimizzi la cifra di costo quadratica

$$J = \int_0^\infty x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)\, dt$$

**Q6** Si consideri un sistema LTITC $\dot{x} = Ax + Bu$, e si scrivano i sistemi LTITD corrispondenti al suo campionamento con periodo $T$ col metodo di Eulero in avanti ($x_e^+ = A_e x_e + B_e u$) e col metodo zero-order-hold ($x_z^+ = A_z x_z + B_z u$).

**Q7** Si consideri il sistema di equazioni nonlineari

$$\begin{array}{rcl} x_1^3 + 2x_2^2 + 3x_1 - 2 & = & 0 \\ \sin^2(x_1 + x_2) - 0.5 & = & 0. \end{array}$$

Si scriva un algoritmo numerico per trovare le radici di queste equazioni. L'algoritmo può essere descritto facendo riferimento ad una formulazione in tempo continuo, per essere poi tradotto in una formulazione a passi. Si discuta la convergenza delle due formulazioni usando le tecniche di Lyapunov. Si scrivano infine le istruzioni di un programma in codice Matlab che realizza l'algoritmo, e lo si implementi.