

Esame di Controlli Automatici - 20 Febbraio 2017

Q1 Si consideri il sistema

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -3x_1 + x_1^3 - x_2 + u \\ \dot{x}_2 &= x_1 - ax_2\end{aligned}$$

Q1.1 Si studino le proprietà di stabilità locale di tutti i punti di equilibrio del sistema nonlineare per $u(t) \equiv 0$ e $a = 1$.

Q1.2 Per $u(t) \equiv 0$ e $a = 0$, si dimostri che l'origine è localmente asintoticamente stabile e si dia una stima del suo bacino di attrazione.

Q1.3 Per $a = 1$, determinare una legge di retroazione dello stato, non lineare, $u = f(x)$, tale che l'origine sia globalmente asintoticamente stabile.

Q2 Si enuncino tutti i criteri noti per affermare la instabilità di un punto di equilibrio;

Q3 Si consideri l'equilibrio nell'origine per i tre sistemi LTITC $\dot{x} = A_i x$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 1 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.2 & 1 \\ 0 & 0 & -0.2 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

si discuta se e come è possibile trovare una funzione di Lyapunov, e si indichino i comandi Matlab per calcolarla.

Q4 Si consideri adesso i sistemi LTITD $x^+ = A_i x$ con le stesse matrici del punto precedente, e si trovi anche in questo caso, quando possibile, una funzione di Lyapunov discutendo i risultati.

Q5 Per un sistema LTITC con matrice dinamica $A = \begin{bmatrix} \sigma & \omega \\ -\omega & \sigma \end{bmatrix}$, si discuta la stabilità dei corrispondenti sistemi campionati con Eulero in avanti e con ZOH al variare del tempo di campionamento T .

Q6 Dato il sistema

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= [\alpha \quad 1] x,\end{aligned}$$

si discuta il progetto di un regolatore che, utilizzando solo la misura delle uscite, stabilizzi il sistema e renda nullo l'errore di inseguimento per riferimenti a gradino, discutendo i risultati al variare di α .

Q7 Si costruisca uno schema a blocchi per la simulazione del sistema del punto precedente in ambiente Simulink.