

### Esame di Controlli Automatici 12 Gennaio 2015

1. Si supponga dato un sistema  $\dot{x} = f(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$  ed una superficie descritta in forma implicita dalla equazione  $\Gamma(x) = c$ , con  $c \in \mathbb{R}^m$  costante. Descrivere un metodo per verificare se la superficie è invariante per il sistema, e illustrare il significato di tale risultato;
2. Come sopra per  $m = n - 1$ , dire in quali condizioni si può parlare di ciclo limite per il sistema;
3. Come sopra, descrivere metodi applicabili per verificare la stabilità locale e globale o l'instabilità del ciclo limite;
4. Possono coesistere due cicli limite per lo stesso sistema? Un ciclo limite ed un equilibrio asintoticamente stabile ad esso interno? un ciclo limite ed un equilibrio globalmente asintoticamente stabile al proprio esterno?
5. Si consideri l'equilibrio nell'origine per i tre sistemi  $\dot{x} = A_i x$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 1 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$

si trovi quando possibile, una funzione di Lyapunov e si discutano i risultati

6. Si consideri un sistema tempo discreto con matrice dinamica

$$A = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 1 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$

e si trovi se possibile una funzione di Lyapunov.

7. Si consideri il sistema rappresentato dalla f.d.t.

$$G(s) = \frac{s^2 + b}{(s^2 + as + 4)}$$

Discutere le proprietà di stabilità, minimo sfasamento e la dimensione delle minime realizzazioni nello spazio di stato al variare dei parametri a e b.

8. Dato il seguente sistema:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = -y_2 - y_1 \left( \frac{y_1^2 + y_2^2}{2} \right) \\ \dot{y}_2 = y_1 - y_2 \left( \frac{y_1^2 + y_2^2}{2} \right) \end{cases}$$

si dimostri che l'origine G.A.S. per il sistema.

9. Dato il sistema  $G(s) = \frac{s + 2}{s^2 - 4s + 5}$ , si progetti un regolatore che, utilizzando solo la misura delle uscite, stabilizzi il sistema e renda nullo l'errore di inseguimento per riferimenti a rampa.
10. Si costruisca uno schema a blocchi per la simulazione e si verifichino i risultati su Simulink